

3.1

Merkitään suojelualan todellista pinta-alaa kirjaimella A . Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala (cm ²)	Mittakaava
Kartta	18,5	1
Maasto	A	20 000

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{18,5}{A} = \left(\frac{1}{20000} \right)^2$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$A = 7\,400\,000\,000 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Ilmaistaan suojelualan pinta-ala hehtaareina.

$$\begin{aligned} 7\,400\,000\,000 \text{ cm}^2 & \quad 10\,000 \text{ cm}^2 = 1 \text{ m}^2 \\ = 740\,000 \text{ m}^2 & \quad 10\,000 \text{ m}^2 = 1 \text{ ha} \\ = 74,0 \text{ ha} \end{aligned}$$

Vastaus

$$740\,000 \text{ m}^2 = 74,0 \text{ ha}$$

3.2

Merkitään mikropiirin piirustuksessa olevaa pinta-alaa kirjaimella A .
Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala (mm ²)	Mittakaava
Piirros	A	50
Luonnossa	2,4	1

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{A}{2,4} = \left(\frac{50}{1}\right)^2$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$A = 6000 \text{ (mm}^2\text{)}$$

Ilmaistaan mikropiirin pinta-ala piirustuksessa neliösenttimetreinä.

$$\begin{aligned} 6000 \text{ mm}^2 & \qquad 100 \text{ mm}^2 = 1 \text{ cm}^2 \\ = 60 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Mikropiirin pinta-ala työpiirustuksessa on 60 cm^2 .

Vastaus

60 cm^2

3.3

Merkitään pienemmän ikkunan pinta-alaa kirjaimella A_1 ja suuremman ikkunan pinta-alaa kirjaimella A_2 . Kootaan tiedot taulukkaan.

	Pinta-ala	Leveys (m)
Pienempi ikkuna	A_1	2,86
Suurempi ikkuna	A_2	4,36

Lasketaan pienemmän ikkunan pinta-alan A_1 suhde suuremman ikkunan pinta-alaan A_2 .

$$\begin{aligned}\frac{A_1}{A_2} &= \left(\frac{2,86}{4,36} \right)^2 \\ &\approx 0,430 \\ &= 43,0 \%\end{aligned}$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.

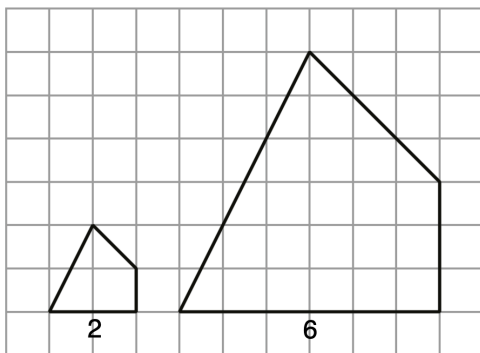
Ilmaistaan suhde prosentteina.

Pienemmän ikkunan pinta-ala on 43,0 % suuremman ikkunan pinta-alasta.

Vastaus

43,0 %

3.4



Lasketaan nelikulmioiden mittakaava esimerkiksi vaakasuorien vastinsivujen pituuksien perusteella.

$$\frac{6}{2} = \frac{3}{1}$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.

$$\left(\frac{3}{1}\right)^2 = \frac{9}{1}$$

Siis isomman nelikulmion pinta-ala on 9-kertainen verrattuna pienemmän nelikulmion pinta-alaan.

Vastaus

9-kertainen

3.5

Tilavuudet ovat samassa yksikössä, joten yksikönmuunnoksia ei tarvitse tehdä.

Merkitään pienemmän polttoainetankin korkeutta kirjaimella x . Kootaan tiedot taulukkoon.

	Tilavuus (L)	Korkeus (cm)
Pienempi	12	x
Suurempi	30	25

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\frac{12}{30} = \left(\frac{x}{25}\right)^3$$

Tilavuuksien suhde on mittakaavan kuutio.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 18 \text{ (cm)}$$

Pienemmän polttoainetankin korkeus on 18 cm.

Vastaus

18 cm

Huomaa, että samaan tulokseen päädyt, jos muutat ensin tilavuudet kuutiosenttimetreiksi.

3.6

- a) Merkitään tennispallon pinta-alaa kirjaimella A_1 ja koripallon pinta-alaa kirjaimella A_2 . Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala	Halkaisija (cm)
Tennispallo	A_1	6,6
Koripallo	A_2	24

Lasketaan tennispallon pinta-alan A_1 suhde koripallon pinta-alaan A_2 .

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{6,6}{24} \right)^2$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.

$$\approx 0,076$$

Ilmaistaan suhde prosentteina.

$$= 7,6\%$$

Tennispallon pinta-ala on 7,6 % koripallon pinta-alasta.

- b) Merkitään tennispallon tilavuutta kirjaimella V_1 ja koripallon tilavuutta kirjaimella V_2 . Kootaan tiedot taulukkoon.

	Tilavuus	Halkaisija (cm)
Tennispallo	V_1	6,6
Koripallo	V_2	24

Lasketaan tennispallon tilavuuden V_1 suhde koripallon tilavuuteen V_2 .

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{6,6}{24} \right)^3$$

Tilavuuksien suhde on mittakaavan kuutio.

$$\approx 0,021$$

Ilmaistaan suhde prosentteina.

$$= 2,1\%$$

Tennispallon tilavuus on 2,1 % koripallon tilavuudesta.

Vastaus

- a) 7,6 %
b) 2,1 %

3.7

Merkitään suuremman käsiin pinta-alaa kirjaimella A .
Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala (dm ²)	Kokonumero
Pienempi	4,2	8
Suurempi	A	10,5

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{4,2}{A} = \left(\frac{8}{10,5} \right)^2$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$A \approx 7,2 \text{ (dm}^2\text{)}$$

Kokonumeron 10,5 käsiineseen tarvitaan 7,2 dm² nahkaa.

Vastaus

7,2 dm²

3.8

- a) Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö. Muodostetaan yhtälö kappaleiden 1 ja 2 mitoista.

$$\frac{A_1}{1170} = \left(\frac{15}{21}\right)^2$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$A_1 \approx 600 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vaihtoehto 2 on oikea.

- b) Tilavuuksien suhde on mittakaavan kuutio. Muodostetaan yhtälö kappaleiden 1 ja 2 mitoista.

$$\frac{970}{V_2} = \left(\frac{15}{21}\right)^3$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$V_2 \approx 2700 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Vaihtoehto 3 on oikea.

- c) Tilavuuksien suhde on mittakaavan kuutio. Muodostetaan yhtälö kappaleiden 1 ja 3 mitoista.

$$\frac{970}{9040} = \left(\frac{15}{d_3}\right)^3$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$d_3 \approx 32 \text{ (cm)}$$

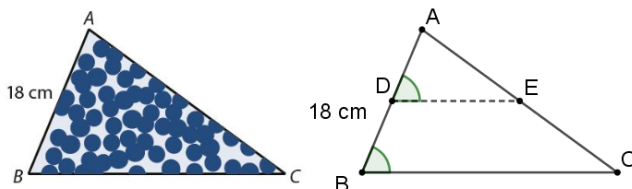
Vaihtoehto 1 on oikea.

Vastaus

- a) 2
- b) 3
- c) 1

3.9

Piirretään mallikuva.



Kolmioilla ABC ja ADE on yhteinen kulma A ja yhtä suuret samankohtaiset kulmat. Siten kolmiot ovat yhdenmuotoiset kk-lauseen perusteella.

- a) Merkitään kolmion ADE pinta-alaa kirjaimella A .

Piste D on sivun keskipiste.

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala (cm^2)	Vastinsivun pituus (cm)
Kolmio ADE	A	9
Kolmio ABC	240	18

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{A}{240} = \left(\frac{9}{18}\right)^2$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$A = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Pikkuveljen piirakkapalan pinta-ala on 60 cm^2 .

- b) Ratkaistaan sivun AD pituus. Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala (cm^2)	Vastinsivun pituus (cm)
Kolmio ADE	120	AD
Kolmio ABC	240	18

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan AD .

$$\frac{120}{240} = \left(\frac{AD}{18}\right)^2$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$AD \approx -13 \text{ tai } AD \approx 13$$

Pituus on positiivinen luku, joten sivun $AD = 13 \text{ cm}$.

Esan pitäisi aloittaa viilto 13 cm:n päästä kärjestä A .

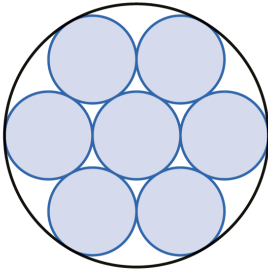
Vastaus

- a) 60 cm^2

- b) 13 cm:n päästä kärjestä A

3.10

a)



Pienen ympyrän halkaisija on $\frac{1}{3}$ ison ympyrän halkaisijasta.

Ympyröiden mittakaava on siis $\frac{1}{3}$.

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö: $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

Yhden pikkuympyrän pinta-ala on siis $\frac{1}{9}$ ison ympyrän pinta-alasta.

Pikkuympyröitä on 7, joten niiden yhteenlaskettu pinta-ala on $7 \cdot \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$ ison ympyrän pinta-alasta.

Kysytty pinta-alojen suhde on siis $\frac{7}{9}$.

b) Valkoinen alue on pienten ympyröiden ulkopuolelle jäävä osa suuremmasta ympyrästä.

Koska pikkuympyröiden ala on $\frac{7}{9}$ ison ympyrän alasta, valkoisen

alueen pinta-ala on $1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$ ison ympyrän pinta-alasta.

Ilmaistaan suhden prosentteina.

$$\frac{2}{9} \approx 0,22 = 22 \%$$

Ison ympyrän pinta-alasta valkoista on 22 %.

Vastaus

a) $\frac{7}{9}$

b) 22 %

3.11

Merkitään tontin todellista pinta-alaa kirjaimella A .
Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala (cm ²)	Mittakaava
Asemakaava	4,7	1
Maasto	A	2 000

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{4,7}{A} = \left(\frac{1}{2000} \right)^2$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$A \approx 19\,000\,000 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Ilmaistaan pinta-ala aareina.

$$\begin{aligned} 19\,000\,000 \text{ cm}^2 & \qquad 10\,000 \text{ cm}^2 = 1 \text{ m}^2 \\ = 1900 \text{ m}^2 & \qquad 100 \text{ m}^2 = 1 \text{ a} \\ = 19 \text{ a} \end{aligned}$$

Vastaus

$$1900 \text{ m}^2 = 19 \text{ a}$$

3.12

Merkitään pienemmän lipun pinta-alaa kirjaimella A_1 ja suuremman lipun pinta-alaa kirjaimella A_2 . Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala	Korkeus (m)
Pienempi lippu	A_1	1,45
Suurempi lippu	A_2	2,35

Lasketaan pienemmän lipun pinta-alan A_1 suhde suuremman lipun pinta-alaan A_2 .

$$\begin{aligned}\frac{A_1}{A_2} &= \left(\frac{1,45}{2,35} \right)^2 && \text{Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.} \\ &\approx 0,381 && \text{Ilmaistaan prosentteina.} \\ &= 38,1\%\end{aligned}$$

Pienemmän lipun pinta-ala on 38,1 % suuremman lipun pinta-alasta.

Vastaus

38,1 %

3.13

Merkitään pienemmän kiven halkaisija kirjaimella d .

	Tilavuus (cm ³)	Halkaisija (cm)
Pienempi	120	d
Suurempi	190	11

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan d .

$$\frac{120}{190} = \left(\frac{d}{11}\right)^3$$

Tilavuuksien suhde on mittakaavan kuutio.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$d \approx 9,4 \text{ (cm)}$$

Vastaus

9,4 cm

3.14

- a) Merkitään alkuperäisen pallon pinta-alaa kirjaimella A_1 ja suurennetun pallon pinta-alaa kirjaimella A_2 .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala	Halkaisija (cm)
Pienempi	A_1	21
Suurempi	A_2	24

Lasketaan suurennetun pallon pinta-alan A_2 suhde alkuperäisen pallon pinta-alaan A_1 .

$$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{24}{21}\right)^2 \quad \text{Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.}$$
$$\approx 1,31 \quad \text{Ilmaistaan prosentteina.}$$
$$= 131\%$$

Suurennetun pallon pinta-ala on $131\% - 100\% = 31\%$ suurempi kuin alkuperäisen pallon pinta-ala.

- b) Merkitään alkuperäisen pallon tilavuutta kirjaimella V_1 ja suurennetun pallon tilavuutta kirjaimella V_2 .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Tilavuus (cm ³)	Halkaisija (cm)
Pienempi	V_1	21
Suurempi	V_2	24

Lasketaan suurennetun pallon tilavuuden V_1 suhde alkuperäisen pallon tilavuuteen V_2 .

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{24}{21}\right)^3 \quad \text{Tilavuuksien suhde on mittakaavan kuutio.}$$
$$\approx 1,49 \quad \text{Ilmaistaan prosentteina.}$$
$$= 149\%$$

Suurennetun pallon tilavuus on $149\% - 100\% = 49\%$ suurempi kuin alkuperäisen pallon tilavuus.

Vastaus

- a) 31 %
b) 49 %

3.15

Merkitään pienemmän kengän kokoa kirjaimella x .
Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala (dm ²)	Koko
Pienempi	4,3	x
Suurempi	5,7	46

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\frac{4,3}{5,7} = \left(\frac{x}{46}\right)^2$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx -40 \text{ tai } x \approx 40$$

Kengän kokonumero on positiivinen luku, joten $x = 40$.

Vastaus

40

3.16

- a) Myynti on kasvanut 2,5 miljoonasta pullosta 3,5 miljoonaan pulloon. Lasketaan myynnin prosentuaalinen kasvu.

Tapa 1

Myynti on kasvanut $3,5 - 2,5 = 1$ miljoonaa pulloa.

Kasvu prosentteina: $\frac{1}{2,5} = 0,4 = 40\%$.

Tapa 2

Lasketaan kuinka monta prosenttia vuoden 2020 myynti on vuoden 2019 myynnistä.

$$\frac{3,5}{2,5} = 1,4 = 140\%$$

Myynti kasvoi $140\% - 100\% = 40\%$.

- b) Merkitään pienemmän pullon pinta-alaa kuvassa kirjaimella A_1 ja suuremman pullon kirjaimella A_2 .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala	Korkeus
Pienempi	A_1	2,5
Suurempi	A_2	3,5

Lasketaan suuremman pullon pinta-alan A_2 suhde pienemmän pullon pinta-alaan A_1 .

$$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{3,5}{2,5} \right)^2$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.

$$= 1,96$$

Ilmaistaan prosentteina.

$$= 196\%$$

Myynti näyttää kuvan pullojen pinta-alojen perusteella kasvaneen $196\% - 100\% = 96\%$.

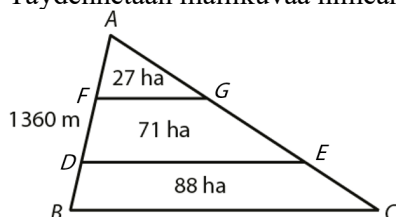
Vastaus

a) 40 %

b) 96 %

3.17

Täydennetään mallikuvaa nimeämällä pisteitä.



Kuvan kolmioilla on yhteinen kulma pisteessä A ja yhtä suuret samankohtaiset kulmat pisteissä F , D ja B . Siten kaikki kolmiot ovat yhdenmuotoiset kk-lauseen perusteella.

Lasketaan ensin janan AF pituus.

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala (ha)	Sivun pituus (m)
Kolmio AFG	27	AF
Kolmio ABC	$27 + 71 + 88 = 186$	1360

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan sivun AF pituus.

$$\frac{27}{186} = \left(\frac{AF}{1360}\right)^2$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$AF \approx -518 \quad \text{tai} \quad AF \approx 518$$

Sivun pituus on positiivinen luku, joten $AF \approx 518$ m.

Lasketaan seuraavaksi janan AD pituus.

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala (ha)	Sivun pituus (m)
Kolmio ADE	$27 + 71 = 98$	AD
Kolmio ABC	186	1360

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan sivun AD pituus.

$$\frac{98}{186} = \left(\frac{AD}{1360}\right)^2$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

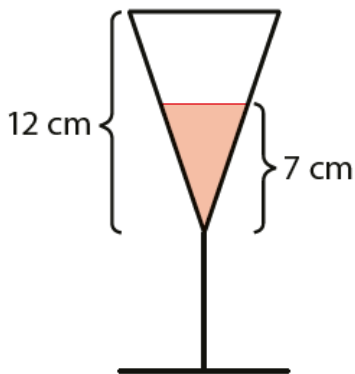
$$AD \approx -987 \quad \text{tai} \quad AD \approx 987$$

Sivun pituus on positiivinen luku, joten $AD \approx 987$ m.

Vastaus

518 m ja 987 m

3.18



Lasketaan sihijuoman tilavuuden V_s ja lasin tilavuuden V_L suhde. Tilavuuksien suhde on mittakaavan kuutio.

$$\begin{aligned}\frac{V_s}{V_L} &= \left(\frac{7}{12}\right)^3 \\ &\approx 0,2 \\ &= 20 \%\end{aligned}$$

Sihijuoman osuus koko lasin tilavuudesta on 20 %.

Lasissa on tyhjää $100 \% - 20\% = 80 \%$.

Vastaus

80 %

3.19

Muunnetaan tilavuudet kuutiosenttimetreiksi.

$$1300 \text{ L} = 1300 \text{ dm}^3 = 1\,300\,000 \text{ cm}^3$$

$$2,9 \text{ dl} = 0,29 \text{ L} = 0,29 \text{ dm}^3 = 290 \text{ cm}^3$$

Määritetään pienoismallin mittakaava k .
Tilavuuksien suhde on mittakaavan kuutio.

$$k^3 = \frac{290}{1\,300\,000}$$

$$k = \sqrt[3]{\frac{290}{1\,300\,000}}$$

Merkitään monumentin todellista pinta-alaa kirjaimella A .
Pinta-alojen suhde on mittakaavan kuutio. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan A .

$$\frac{310}{A} = k^2$$

$$\text{Sijoitetaan } k = \sqrt[3]{\frac{290}{1\,300\,000}}.$$

$$\frac{310}{A} = \left(\sqrt[3]{\frac{290}{1\,300\,000}} \right)^2$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$A \approx 84\,000 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Monumentin pinta-ala on $84\,000 \text{ cm}^2 = 8,4 \text{ m}^2$.

Vastaus

8,4 m²

3.20

A4-kartan mittakaava on $1 : 20\,000$, joten kartalta valittu pituus on 1 , niin sen vastinosan pituus luonnossa on $20\,000$.

Lasketaan ensin A4 ja A5 kokoisten karttojen mittakaava.

Merkitään kirjaimella x pituutta A5-kartalla. Merkitään pinta-alaa A4-kartalla kirjaimella A , jolloin pinta-ala A5-kartalla on $\frac{A}{2}$.

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Pinta-ala	Mittakaava
A5-kartta	$\frac{A}{2}$	x
A4-kartta	A	1

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\frac{\frac{A}{2}}{A} = \left(\frac{x}{1}\right)^2$$

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx -0,70711 \text{ tai } x \approx 0,70711$$

Pituus on positiivinen luku, joten $x \approx 0,70711$.

Siis A4-kartalta valittu pituutta 1 vastaa A5-kartalla vastinosa, jonka pituus on $0,70711$.

Alkuperäistä vastinosaa vastasi maastossa $20\,000$ -kertainen mitta.

Lasketaan, kuinka moninkertainen tämä mitta on pienennetyn kartan vastinosan pituuteen $0,70711$ verrattuna.

$$\frac{20000}{0,70711} \approx 28300$$

Pienennetyn kartan mittakaava on $1 : 28\,300$.

Vastaus

1: 28 300